Haben Männer mehr Schwestern als Frauen?

von Ruma Falk

In einem Aufsatz schlägt Mosteller das folgende Experiment für den Unterricht vor: "Man stelle (für Schüler und Schülerinnen jeweils getrennt) fest, wie viele Brüder bzw. Schwestern jeder einzelne hat... Normalerweise haben die Männer mehr Schwestern als die Frauen und die Frauen haben mehr Brüder als die Männer. Dieser Sache auf den Grund zu gehen, kann lehrreich sein." (S. 12).

In einem Einführungskurs über Wahrscheinlichkeitsrechnung kann man Anfängern die Frage stellen was bei einer solchen Erhebung zu erwarten ist. "Durchschnittliche" Familien haben gleich viele Söhne und Töchter. Daher mag es plausibel erscheinen, daß bei der Befragung von Jungen mehr Schwestern als Brüder herauskommen, da jeder Befragte sich selbst ja nicht mitzählt. Das Gegenteil wird für Schülerinnen zutreffen. 25 von 45 Studenten meiner "Einführungsvorlesung" in die Wahrscheinlichkeitsrechnung an der Hebräischen Universität Jerusalem teilten diese Meinung. Nur 12 Studenten erwarteten, daß Männer und Frauen gleichviele Geschwister beiden Geschlechts haben. Gehen wir für das folgende einmal von der Annahme aus, daß bei einer Geburt das Geschlecht eines Kindes unabhängig ist von anderen Geburten (auch bei Geschwistern). Betrachtet man also ein Kind einer Familie mit n Kindern und untersucht die Anzahl seiner Brüder und Schwestern, so ist dies gleichwertig damit, eine Familie mit n-1 Kindern zu betrachten und die Anzahl der Söhne und Töchter in dieser Familie zu untersuchen. Die Wahrscheinlichkeit für genau k Jungen in einer Familie mit n-1 Kindern beträgt $\binom{n-1}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ und ist gleich der Wahrscheinlichkeit, daß es in einer solchen Familie (genau) k Mädchen gibt. Dies gilt für jedes k und n und ist unabhängig vom Geschlecht des Kindes, dessen n-1 Geschwister betrachtet werden. Bei dem Experiment, das Mosteller vorschlägt, ist also zu erwarten, daß Männer und Frauen gleiche Anzahlen von Brüdern und Schwestern haben. Es ist klar, daß es in manchen Kursen vorkommen kann, daß die Männer mehr Schwestern haben als die Frauen und die Frauen mehr Brüder als die Männer. Abweichungen von der Gleichheit sind dann aber symmetrisch hinsichtlich des Geschlechts der Geschwister und des Geschlechts der Befragten.

Wenn Sie im Unterricht dieses Problem behandeln wollen und Schüler diese Argumentation nicht überzeugend finden, mag das folgende hilfreich sein: Betrachten wir einmal alle Familien mit zwei Kindern bzw. mit einem Kind in ihrem Kurs. Dann gibt es für die Familien mit 2 Kindern vier Möglichkeiten: <u>M</u>M, <u>M</u>W, <u>W</u>M, <u>W</u>W, wobei durch Unterstreichung angegeben wird, welches Kind in ihrem Kurs ist. Diese vier Familientypen sind gleichwahrscheinlich, und offensichtlich ist die Verteilung des Geschlechts bei den übrigbleibenden Kindern (den Geschwistern) symmetrisch. Diese Argumentation funktioniert auch bei Familien mit 3, 4, usw. Kindern.

Daß Schüler/Studenten Schwierigkeiten haben, sich die Idee der statistischen Unabhängigkeit zu eigen zu machen, ist bekannt. Der typische Irrtum eines Spielers scheint weit verbreitet zu sein: Aber gerade das Münzwurfbeispiel ist dafür geeignet, falsche Ansichten zu beheben. Der Ausgang "Wappen" (oder gar mehrmals "Wappen") führt nicht zu einer höheren Wahrscheinlichkeit für "Zahl" bei den folgenden Würfen. Das analoge Problem der Brüder und Schwestern scheint andersartig zu sein, da im Gegensatz zum Münzwurf - die Geschwister in Familien endlicher Größe zusammengefaßt sind. Darüber hinaus drängt sich in diesem Fall der Irrtum des Spielers eher auf, da die Formulierung des Problems die Vorstellung vom Ziehen ohne Zurücklegen nahelegt. Der/die Befragte wird ja aus seiner/ihrer Familie herausgenommen, und dieses Herausnehmen ist stark verbunden mit der Idee der statistischen Abhängigkeit. Da jedoch das Geschlecht unseres Befragten der Ausgang nur eines "Versuchs" in einer Zufallsfolge von Kindergeburten ist, wird dieser Ausgang genausowenig aus den möglichen Ausgängen anderer Geburten in der Familie herausgenommen wie ein bestimmter Ausgang aus den anderen möglichen Ausgängen beim Münzwurf. Es erscheint nützlich, die Isomorphie zwischen dem Problem der Brüder und Schwestern und einem Münzwurfproblem aufzuzeigen.

Die diesem Problem eigenen psychologischen Schwierigkeiten wurden gut verdeutlicht durch die Aussage einer Studentin meines Kurses, die typische Einwände machte: "Angenommen, wir wären tausend Frauen im Kurs. Man stelle sich uns alle zusammen mit unseren Brüdern und Schwestern vor. Diese große Gruppe würde aus annähernd gleich viele männlichen und weiblichen Menschen bestehen. Nun nehme man uns, die tausend Mädchen, weg, und es werden einige Brüder mehr als Schwestern übrig bleiben". Diese Argumentation ließ außer acht, daßunter den 1000 Familien die tochterlosen Familien nicht vertreten waren; demgemäß übersah sie bei dieser Auswahl die Überrepräsentation von Familien, die mit vielen Töchtern gesegnet sind.

Abschließend sei noch angemerkt, daß in der obigen Untersuchung einige vereinfachende Annahmen über die tatsächliche Wahrscheinlichkeit, für eine Jungengeburt und über die Unabhängigkeit von von Geburten gemacht wurden. Vielleicht finden Sie es interessant zu untersuchen, welche Auswirkungen es auf die Argumentation hat, wenn man (i) die Tatsache P (Junge) = 0,51 benutzt und die Unabhängigkeit beibehält oder (ii) zuläßt, daß Geburten nicht unabhängig sind. Z.B. nehme man an, daß es nach der Geburt eines Jungen eine geringfügig größere Chance dafür gibt, daß das zweite Kind ebenfalls ein Junge ist oder daß das zweite Kind ein Mädchen ist.

Literatur:

Mosteller, F. (1980), Classroom and platform performance, The American Statistician, 34(1), 11-17.

Originaltitel in 'TEACHING STATISTICS' (1982) Vol.4/Nr. 2:
Do Men have More Sisters than Women?

Übersetzung und Bearbeitung: R.Oselies