

DER WAHRSCHEINLICHKEITSBEGRIFF BEI SCHÜLERN

von D. R. Green

Originaltitel in "Teaching Statistics" Vol. 5 Nr. 2 (1983):

School Pupils' Probability Concepts.

Übersetzung: Karl Röttel

Zusammenfassung: Bei einer vor wenigen Jahren durchgeführten Erhebung an Schülern von Secondary Schools wurde die Erfassung des Begriffes "Wahrscheinlichkeit" studiert, ohne den Namen direkt zu gebrauchen. Der Vergleich der Testresultate mit anderen Merkmalen lieferte Folgerungen und Empfehlungen. Auffallend sind u. a. eine Kritik des Symmetriebegriffes, das Fehlen sprachlicher Fähigkeiten bei Schülern sowie eines hinreichenden Gefühls für Wahrscheinlichkeit. Des Weiteren sind ein frühes Beginnen sowie das Ansprechen wichtiger Begriffe nebst ausführlichen Diskussionen im Klassenzimmer erforderlich, um das Gespür für Notwendigkeit und Bedeutung bestimmter mathematischer Begriffe zu vermitteln.

Das Projekt "Chance and Probability Concepts"

Dieses vom Autor geleitete Projekt lief von 1978 bis 1981 und wurde vom "Social Science Research Council" getragen. Ein früherer Artikel in "Teaching Statistics" (3) berichtete bereits über einige Beobachtungen bei einem Pilottest. Die Erhebungen wurden im wesentlichen vom September 1980 bis März 1981 durchgeführt. Es wurden 11- bis 16jährige Schüler (d. h. solche des 1. bis 5. Jahrgangs der englischen Sekundarstufe 1, ¹⁾) in gemischten Gesamtschulen des östlichen Mittel-England klassenweise getestet anhand

- a) eines Tests zum Begriff "Wahrscheinlichkeit", der aus 26 Fragen mit 58 Unter-Items bestand und etwa eine Stunde dauerte (4),
- b) des N.F.E.R.AH2-Tests zur allgemeinen Denkfähigkeit (General-Reasoning), der etwa eine Stunde dauerte (5).

Es wurden die üblichen individuellen Daten der Schüler erfaßt und die Lehrer gebeten, Einzelheiten zur mathematischen Begabung der Versuchs-

1) entspricht unserem 7. bis 11. Schuljahr

personen (auf einer 10-Punkte-Skala) anzugeben.
 Anstatt sich auf die gewöhnlichen Wahrscheinlichkeitsaufgaben zu konzentrieren, die sowieso nur von einem kleinen Prozentsatz der Stichprobe hätten bearbeitet werden können, wurde eine breite Vielfalt von Fragen vorgelegt, die keinerlei Kenntnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung erforderten - das Wort "Wahrscheinlichkeit" trat im ganzen Test überhaupt nicht auf. Drei Beispiele für die Art der verwendeten Fragen wurden schon im bereits genannten früheren Artikel (3) vorgestellt. Der komplette Test sowie alle Einzelheiten der Ergebnisse sind in einer Monographie (4) veröffentlicht.

Die Stichprobe

Obwohl insgesamt rund 4000 Schüler von den Testen erfaßt worden waren, bildeten schließlich bloß 2930 Personen die endgültige Stichprobe. Von den ursprünglich 4000 Versuchspersonen schieden diejenigen aus, die bei irgendeinem Test gefehlt hatten. Vom Rest wurde eine geschichtete Stichprobe derart gezogen, daß sie repräsentativ für die Verhältnisse der unterschiedlichen Intelligenzstufen der gesamten Schülerschaft war. Dazu legte man die Verteilung der AH2-Stufen zugrunde, die für England und Schottland folgendermaßen angegeben wird:

A	B	C	D	E
Spitze	Zwischengruppe	Mitte	Zwischengruppe	unterste Gruppe
10 %	20 %	40 %	20 %	10 %

Die Anzahl der Schüler in der Stichprobe entsprach für jedes einzelne Schuljahr genau diesen Proportionen. Die Zahlen der Schüler in der Stichprobe:

Jahrgang	1	2	3	4	5
Alter (Jahre)	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16
Anzahl	640	670	670	540	410

Es wurden 44 Schulen einbezogen, um die verschiedenen Altersgruppen zu erfassen, wobei die meisten Schulen die Bereiche 11-14, 11-18 oder 14-18 Jahre umfaßten. Die Grafschaften, in denen die Stichprobe gezogen wurde, waren Derbyshire, Leicestershire, Nottinghamshire und Staffordshire. Aus

dem APU-Bericht (2) kann geschlossen werden, daß das Leistungsvermögen bez. "Wahrscheinlichkeit" und "Datendarstellung" nicht signifikant vom nationalen Durchschnitt verschieden ist.

Der Test zum Wahrscheinlichkeitsbegriff

Aus den 58 Testitems wurde eine Gruppe von Fragen der Guttman'schen Scalogram-Analyse (8) unterzogen, die eine Bildung von Verständnisstufen ermöglicht, die den Testitems und damit den Schülern zugeordnet werden können. Unglücklicherweise erwiesen sich nur jene Items als brauchbar für die Scalogram-Analyse, die dem traditionellen Schulstoff nahe standen! Zu jedem der drei aufeinanderfolgenden Niveaus (1,2,3) soll im folgenden ein typisches Item vorgelegt und kurz erörtert werden.

Item des Niveaus 1:

Eine gewöhnliche Münze wird fünfmal geworfen, jedesmal erscheint "Zahl". Kennzeichne den richtigen der folgenden Sätze:

(A) Beim nächsten Mal wird eher nochmals "Zahl" erscheinen

(B) Beim nächsten Mal wird eher "Wappen" erscheinen

(C) Beim nächsten Mal besteht für "Zahl" und "Wappen" gleiche Chance

(D) Ich weiß es nicht

Ergebnisse zu diesem Item:

Anmerkung (1): Alle Werte bedeuten Prozentzahlen
 (2): Der Stern kennzeichnet die richtige Antwort

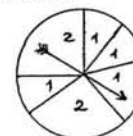
Schuljahr	A	B	C*	D
7	14	14	67	5
8	10	14	73	3
9	11	10	78	1
10	10	10	78	1
11	10	9	80	2
gesamt	11	12	75	2

Dieses Item untersuchte die Erscheinung der "negativen Neuartigkeit", die bei Experimenten zum Erlernen des Wahrscheinlichkeitsbegriffes von Forschern beobachtet worden war (1,7): Das wiederholte Eintreten eines Ereignisses verleitete die Versuchsperson dazu, dem Auftreten des Gegenereignisses im nächsten Experiment größere Chancen einzuräumen. Denselben Trugschluß kennt man beim Roulette: War fünfmal "rot" dran, muß beim nächsten Mal "schwarz" erscheinen. So sollte also "B" als zutreffend angekreuzt werden. Eine alternative Strategie, für die es in der Tat eine logische Begründung gibt, ist die "positive Neuartigkeit", bei welcher die Person eher an die Fortsetzung des laufenden Trends glaubt. Wenn der Schüler der Ansicht war, daß die Münze verfälscht ist, sollte dies durch Kennzeichnen der Antwort A zum Ausdruck kommen (das Wort "gewöhnlich" war hinzugefügt worden, um auf Gleichmäßigkeit hinzuweisen).

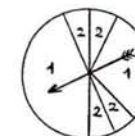
Die Ergebnisse, wenn eine Deutung nach Augenschein erlaubt ist, sind ermutigend gut: Die meisten Schüler erkennen, daß die "Vorgeschichte" bedeutungslos ist. Auch sieht es so aus, als kämen negative und positive Neuartigkeit gleich stark zum Tragen.

Item des Niveaus 2:

(a) Zwei Scheiben, eine orange und eine braune, sind mit Ziffern versehen:



braun



orange

Auf jeder Scheibe befindet sich ein Zeiger, der sich rundherum dreht. Du möchtest eine 1. Ist eine der Scheiben besser als die andere oder bieten beide Scheiben dieselbe Chance?

- (A) Braun ist günstiger, um die 1 zu erhalten
- (B) Orange ist günstiger, um die 1 zu erhalten
- (C) Beide Scheiben bieten gleiche Chancen
- (D) Man kann es nicht sagen, welche

(b) Warum wähltest du diese Antwort?.....

Ergebnisse zu diesem Item:

a.	Schuljahr	A	B*	C	D
	7	32	43	17	7
	8	27	49	18	6
	9	19	61	16	4
	10	18	63	16	3
	11	14	69	14	3
	alle	23	56	16	5

b.

Schul-jahr	Abzähl- verfahren	Flächen- verfahren	"gleich"	Verhältnis- konzept	Kontiguität (Position der Sektoren)	Position oder Geschwindigkeit des Zeigers anders	keine Antwort
7	27	41	7	1	7	1	10
8	24	51	5	0	3	2	8
9	15	62	4	1	5	2	6
10	14	67	4	0	4	1	5
11	13	69	2	2	4	0	3
alle	19	57	4	1	5	1	7

Diese Frage läßt sehr deutlich zwei Gruppen von Schülern erkennen: jene, die einfach die Sektoren zählen, und jene, die erkennen, daß hier ein diffiziles Modell, das die Fläche einbezieht, zur Debatte steht. Die ersten beiden Spalten von a und b ähneln sich sehr. Es kann ein physikalisches Äquivalent zum Neuartigkeitseffekt darin gesehen werden, daß hier die Nachbarschaft von Sektoren bei der Argumentation berücksichtigt wird. Einige Schüler glauben, daß mehrere nebeneinanderliegende Einsen die Chance wachsen lassen, während andere meinen, daß es besser sei, wenn die Einsen-Sektoren verteilt sind. Eine weitere Testfrage, bei der 38 % der Schüler - durch alle 5 Schuljahre hindurch - die gegenseitige Lage der Sektoren in ihre Entscheidung einbezogen, zeigte dies noch deutlicher.

Item des Niveaus 3:

In zwei Säcken befinden sich schwarze und weiße Kugeln.
 Sack J: 3 schwarze und 1 weiße
 Sack K: 6 schwarze und 2 weiße

Bei welchem Sack hat man die größere Aussicht, eine schwarze Kugel zu ziehen?

(A) Gleiche Chance (B) Sack J
 (C) Sack K (D) Ich weiß es nicht

Warum?

Ergebnisse zu diesem Item:

Schul-jahr	A*	B	C	D
7	20	14	61	2
8	21	16	58	3
9	35	16	46	2
10	42	13	44	1
11	56	9	33	1
alle	33	14	50	2

Dieses war der schwerste Teil einer fünfteiligen Frage, die von Chancen betraf. Eine Analyse der Gründe, die für die j Antworten aufgeführt wurden, ist aufschlußreich. Eine Zusa enthält die Tabelle 1.

Tabelle 1: ANALYSE DER GRÜNDE, DIE FÜR DIE BEANTWORTUNG VON VERGLEICH VON CHANCEN ANGEZEIGT WURDEN

Angegebener Grund:	1	2	3	4	5
Vergleich der Verhältnisse	7	13	24	33	44
Vergleich der Säcke anhand einer Farbe	50	46	37	33	2
Vergleich der zwei Farben in einem Sack	7	8	6	5	3
Vergleich der Differenzen	5	6	8	9	4
"Chancen sind gleich"	5	7	8	8	4
andere Antwortbegründung	11	4	4	4	4
keine oder unsinnige Begründung	17	16	13	8	4

Daß der Gebrauch des erforderlichen Verhältnis-Vergleiche (dem Alter) zunimmt, ist deutlich - aber selbst in der 5. beschreibt die Mehrheit ihren Denkvorgang nicht auf diese einfache Vergleich "Sack K hat mehr schwarze Kugeln als S. sich als weitverbreiteter Argumentationstyp und wird von Schüler des 1. Jahrgangs und einem Viertel der Schüler de gangs verwendet. Der Vergleich von zwei Farben geschieht

einfachen (und verwirrenden) Form "Es sind mehr schwarze als weiße Kugeln" als auch in der weitergehenden (und vielversprechenderen) Form "Es sind mehr schwarze und weniger weiße Kugeln". Die vorschnell angewandte Strategie, Unterschiede zu vergleichen (sei es die gleiche Farbe in den zwei Säcken oder seien es die unterschiedlichen Farben in einem Sack) hat offensichtlich eine erstaunlich niedere Quote. Dies dürfte jedoch eher die Unfähigkeit der Schüler widerspiegeln, sich auszudrücken - indem sie zu einem Satz Zuflucht nehmen, der diese Vorstellung birgt (d. h. "Es sind mehr schwarze Kugeln" oder "Es sind mehr schwarze als weiße Kugeln"). Jene Schüler, die mit "Sie haben gleich viel schwarze und/oder weiße Kugeln" antworteten, mögen ebenso den Verhältnisbegriff angewandt haben, sie waren aber nicht fähig, dies adäquat auszudrücken. Selbst wenn sprachliche Unzulänglichkeiten zugestanden werden, muß man schließen, daß die Mehrzahl der Schüler ein scheinbar harmloses Problem nicht zu bewältigen vermag. Ob solche Probleme viel mit Wahrscheinlichkeit zu tun haben, kann man bestreiten, aber sie geben den Wahrscheinlichkeitsbegriff vieler gegenwärtiger Lehrpläne wieder und beinhalten sicher eine wichtige mathematische Vorstellung, deren Beherrschung man von der Mehrheit nach einem Jahrzehnt Schule wohl erwarten darf.

Niveaus des Wahrscheinlichkeitsbegriffes

Entsprechend den Antworten auf Fragen wie die eben besprochenen wurde jedem Schüler ein Wahrscheinlichkeitsverständnis-Niveau (0, 1, 2, 3) zugeordnet. Zusammen mit den Werten der "Allgemeinen Denkfähigkeit" jedes Schülers (AH2-Grade) erhielt man nun eine Übersicht, die in Tabelle 2 gezeigt ist.

Tabelle 2: MITTLERES NIVEAU DES WAHRSCHEINLICHKEITSVERSTÄNDNISSES NACH SCHULJAHR UND "ALLGEMEINER INTELLIGENZ" (AH2)

Schuljahr	AH2 - Grad					Gesamt
	A	B	C	D	E	
7	1.84	1.52	1.08	0.08	0.62	1.14
8	2.15	1.77	1.30	0.86	0.67	1.33
9	2.54	2.12	1.65	1.29	0.67	1.67
10	2.67	2.27	1.89	1.25	0.77	1.81
11	2.83	2.44	2.10	1.50	1.10	2.02
alle	2.36	1.98	1.55	1.10	0.74	

Eine fortgesetzte Zunahme des Verständnis-Niveaus mit wachsendem Alter ist unverkennbar und wird durch die Mittelwerte für die fünf Schuljahre bestätigt. Die Jungen sind den Mädchen durchweg überlegen, doch vergrößert sich der Unterschied, gemessen als Mittelwert des Verständnisniveaus, in der Zeit vom 11. bis 16. Lebensjahr nicht. Es ist zu beobachten, daß die besseren Schüler im Mittel etwa 1 Niveaustufe während der 5 Jahre hinzugewinnen, während die Schwächsten, die 1 Niveaustufe tiefer beginnen, im selben Zeitraum, da sie nur um 1/2 Stufe höher steigen, noch weiter gegenüber den vorigen zurückfallen. Der Durchschnittsschüler beginnt mit ziemlich genau der Stufe 1 die Secondary School (11 Jahre alt) und verläßt sie (16 Jahre alt) mit der Stufe 2.

Ogleich noch viel mehr geschrieben werden könnte, muß es hier genügen, eine Zusammenfassung der Ergebnisse vorzulegen, Folgerungen daraus zu diskutieren und einige Empfehlungen zu geben.

Zusammenfassung der Ergebnisse

1. Nahezu alle 58 Items zeigten bei zunehmendem Alter und ansteigender intellektueller Begabung ein Anwachsen der Lösungshäufigkeit. Eine auffällige Ausnahme bildete das Schneeflocken-Problem, von dem eine Version früher schon (3) besprochen wurde.

2. Items, die nur Abzählfertigkeit erforderten, wurden von allen Schuljahrgängen gut gelöst, doch wurden jene, die den Verhältnisbegriff benötigten, sehr schlecht beantwortet, insbesondere vor dem 9. Schuljahr.
3. Beim Beantworten von Fragen über das Vergleichen von Chancen wurden von den Schülern vielfältige Strategien gewählt. Differenzen in der einen oder anderen Form auszurechnen, ist geläufig, während das Rechnen mit Verhältnissen selten beherrscht wird. Man stellt nur geringe Beständigkeit in der Wahl der Strategie fest, jedes Problem wird "für sich allein" in Angriff genommen.
4. Items, die das Erkennen des Zufalles, die Stabilisierung von relativen Häufigkeiten und das logische Schließen ansprechen, wurden besonders schlecht gelöst - mit einer nur kleinen Verbesserung bei zunehmendem Alter.
5. Obwohl die meisten Schüler eine einfache kombinatorische Aufgabe gut meisterten (Permutation von 3 Buchstaben), schafften nur wenige ein komplexes Item, das über die "konkrete" in die "formelle" Operationsstufe (Permutation von 4 oder 5 Buchstaben) hinausführte.
6. Der verbalen Fähigkeit der Schüler gelingt es oft nicht, zufallsabhängige Sachverhalte genau zu beschreiben. Sehr oft werden Sicherheit und große Wahrscheinlichkeit gleichgesetzt, ebenso Unmöglichkeit und niedere Wahrscheinlichkeit. Die Schüler verbinden sehr oft eine 50 %-Wahrscheinlichkeit mit dem Eintreten von einem von zwei Ereignissen oder mit gleichwahrscheinlichen Ereignissen (bei mehr als zwei möglichen Ereignissen).
7. Die Jungen übertrafen allgemein die Mädchen sowohl im Gesamtpunktwert des Verständnistestes als auch im Grad des Wahrscheinlichkeitsverständnisses.
8. Die meisten Schüler erreichen im 10. Schuljahr nicht die Stufe der "formalen Operationen" (Piagets Stufe Nr. 3) und verlassen deshalb wahrscheinlich die Schule mit der Stufe der "konkreten Operationen" (Piagets Stufe Nr. 2).

9. Die allgemeine Denkfähigkeit (AH2-Grad) ist der dominante Faktor bei der Leistung im Verständnistest (44 % Varianz), während das Alter (Schuljahre) wesentlich weniger wichtig (14 % Varianz) ist und das Geschlecht (1/2 % Varianz) geringe Bedeutung hat.
10. Die vom Lehrer angegebene "mathematische Begabung" ist (mit 40 % Varianz) ein fast ebenso gutes Maß zur Vorhersage der Leistung im Verständnistest wie die "allgemeine Denkfähigkeit". Dies überrascht nicht, wenn man die hohe Korrelation zwischen den beiden Faktoren (+0.72) betrachtet.

Folgerungen

1. Man möchte meinen, daß infolge des Gewichtes, das man der Symmetrie in der Schulmathematik gibt, die Schüler nur geringe Schwierigkeiten im Umgang mit Problemen hätten, in denen Symmetrie ein Hauptfaktor war. Daß dies nicht sein muß, wird durch die Antworten zu mehreren Fragen offenbar. Die Schwäche scheint mehr in der Anwendung als im Wissen zu liegen. Fragen Schüler nicht oft, was der Sinn des Studiums der Symmetrie ist? Und wie selten ist die ihnen gegebene Antwort praxisbezogen!
2. Obwohl der Multiplikationssatz durch Veranschaulichung mit Baumdiagrammen gut verstanden werden kann, halten wir es für erwiesen, daß das Multiplikationsprinzip schlecht verstanden wird, weil die Schüler kaum grundlegendes intuitives Verständnis haben, auf dem sich aufbauen ließe. Sogar solche Schüler, die erst kurz zuvor Baumdiagramme gelernt hatten, sagten bei Interviews, daß ihnen die Arbeit mit Baumdiagrammen bei Fragen, die das Verständnis des Multiplikationssatzes überprüften, nicht half (d. h., daß diese nicht verwendbar waren).
3. Das Ziehen von Schlüssen aus Zufallsexperimenten und das Wissen um die Stabilisierung von relativen Häufigkeiten (d. h. das Ausgleichen von Proportionen mit zunehmender Zahl von Versuchen) waren zwei schwache Bereiche. Die Testresultate und nachfolgenden Befra-

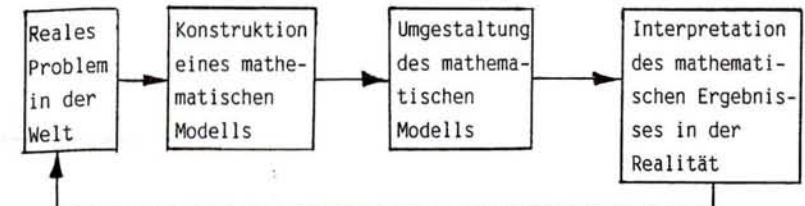
gungen zeigen, daß viele Unterrichtsaktivitäten notwendig sind, um bei Schülern das Verständnis dieser Begriffe zu entwickeln.

4. In unserer von der Technik beherrschten Gesellschaft mit ihrer deterministischen Naturwissenschafts- und Mathematikerziehung ist es vielleicht unvermeidbar, daß der Begriff des Zufalls außer acht gelassen wird. Die Antworten der Schüler auf mehrere Fragen zeigen dies. Wenig Zeit und Beachtung wird diesem Begriff gewidmet trotz des Umstandes, daß wir täglich in unserem Leben von Zufallserscheinungen umgeben sind. Kann es sinnvoll sein, so leichtfertig ein solches unsere Welt durchdringendes Prinzip zu behandeln?

Einige Vorschläge

1. Nur ein ausgedehntes Unterrichtsprogramm, das Schüleraktivitäten fordert, kann wohl bei Schülern zu Einsichten und Erfahrungen führen, die das falsche Denken verhindern, welches Schüler und Erwachsene gleichermaßen aufweisen. Und zwar ist praktische Betätigung von einem frühen Alter an notwendig, um von da her einen angemessenen Erfahrungsraum für den Schüler aufzubauen. Die Methode des "geleiteten Entdeckens" sollte angewendet werden, wozu auch das hervorragende Material zum "Project on Statistical Education" (6) verwendet werden kann.
2. Verschiedene Wege werden von den Schülern besprochen, um Fragen bezüglich des Vergleichens von Chancen zu beantworten; dabei war nur geringfügige Beständigkeit zu beobachten. Viel Nutzen kann aus umfassenden Diskussionen im Klassenzimmer über geeignete Strategien zu speziellen Problemen erwachsen, wenn man dabei die Entwicklung des richtigen Blickes für den Typ eines Problems oder die Beherrschung einer stets anwendbaren Strategie im Auge behält. Der Verhältnisbegriff insbesondere ist eine wesentliche Voraussetzung, komplexere Sachverhalte anpacken zu können. Dem Autor scheint, daß das grundlegende Problem nicht im Fehlen des Begriffes "Verhältnis", sondern im Mangel an Einsicht für dessen Notwendigkeit und Bedeutung liegt.

3. Diagramme dürften das Verstehen der Schüler fördern und sollten, wo immer möglich, benutzt werden. Die Schüler sind anzuhalten, sprachliche Fragestellungen bildlich zu deuten bevor sie die Lösung in Angriff nehmen.
4. Die verbale Schwäche der Schüler ist durch mehrere Fragen aufgedeckt worden. Beispielsweise konnten nur 44 % der Schüler des 11. Schuljahres (wenigstens 15 Jahre alt) einen Ausdruck oder einen Satz angeben, der dem Inhalt "gleiche Chance" entsprochen hätte. Der Lehrer muß darauf achten, den Schülern die allgemein akzeptierten Termini für die unterschiedlichen Grade der Wahrscheinlichkeit zu vermitteln. Die Benutzung in ein und derselben Bedeutung ist äußerst wünschenswert und sollte nicht stillschweigend vorausgesetzt werden. Die Besprechung von Ereignissen, die ein Zufallselement enthalten, muß gefördert werden.
5. Die "Wahrscheinlichkeit" ist ein sehr brauchbares Thema, um das Wesen der mathematischen Modellbildung aufzuzeigen.



Die Schulmathematik hebt sehr das mathematische Hantieren in den Vordergrund und schenkt sowohl der Modellbildung als auch der Interpretation sehr wenig Beachtung. Ist diese Gewichtung angebracht?

LITERATUR:

(1) Craig, G. L. and Myers, J. L. (1963). A Developmental Study of Sequential Two Choice Decision Making. Child. Develop., 34, 483-493.

- (2) Foxman, D. D., Cresswell, M. J. and Badger, M. E. (1981).
Mathematical Development. Primary School Report No. 2
(APU), HMSO, London.
- (3) Green, D. R. (1979). The Chance and Probability Concepts Project.
Teaching Statistics, 1.3, 66-71.
- (4) Green, D. R. (1982). Probability Concepts in 11 - 16 Year Old Pupils.
(Report of research sponsored by the SSRC, 1978-1981). Centre for Advancement of Mathematical Education in Technology, Loughborough University.
- (5) Heim, A. W., Watts, K. P. and Simmonds, V. (1978).
AH2/AH3 Manual (2nd edition). National Foundation for Educational Research.
- (6) Schools Council Project on Statistical Education (1980).
Teaching Statistics 11-16/Statistics in Your World.
Foulsham, Slough.
- (7) Weir, M. W. (1967). Children's Behaviour in Probabilistic Tasks in The Young Child: Review of Research. Nat. Asscc. Educ. Young Children, Washington, 136-154.
- (8) Röttel, K. (1980). Lernziele der Mathematik und ihre Verwirklichung.
Oldenbourg München.
In diesem Buch finden sich Beispiele für die Anwendung der Scalogramm-Analyse und Hinweise auf die wenig bekannten Originalaufsätze Guttman's.