

Die Entwicklung des Stochastik-Unterrichts am Helmholtz-Gymnasium Bielefeld

von Heinz Althoff, Bielefeld

Vorbemerkungen

Als ich 1963 zum Helmholtz-Gymnasium kam, gehörte die Stochastik nicht zu den Gebieten, die man im Mathematikunterricht behandelte. Wenn es damals überhaupt schon Gymnasien gab, bei denen es anders war, so war das auch dort sicherlich auf einzelne Mathematiklehrer beschränkt.

Umfang und Bedeutung der Stochastik im heutigen Mathematikunterricht der Gymnasien lassen fragen, wann, aus welchen Gründen und in welcher Weise sich hier in den letzten 30 Jahren etwas verändert hat. Inwieweit dabei das Helmholtz-Gymnasium Bielefeld eine besondere Rolle gespielt hat, möchte ich - aus Anlaß des 100-jährigen Schuljubiläums - auf den folgenden Seiten mit verdeutlichen.

Aller Anfang ist schwer

Was mich schon in den 60er Jahren veranlaßte, Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung in den Mathematikunterricht der Oberstufe einzustreuen, weiß ich heute nicht mehr genau. Weder in meinem Studium noch in meiner Referendarzeit hatte ich mich mit diesem Thema beschäftigt. Und auch in den neuen Richtlinien, 1963 tauchte das Thema nur als *Wahlthema* für das 12. und 13. Schuljahr auf: Von 12 aufgelisteten Themen, darunter „Grundbegriffe der mathematischen Statistik und der Wahrscheinlichkeitsrechnung“, war (mindestens) ein Thema zu behandeln.

Diese Wahlthemen (über deren *Inhalte* in den Richtlinien, 1963 nichts zu finden war) waren natürlich auch für Arbeitsgemeinschaften im 12. und 13. Schuljahr, die es bis etwa 1970 gab, von Interesse. Und in einer solchen AG habe ich mich wohl erstmals zusammen mit meinen Schülern an die mathematische Untersuchung einfacher Glücksspiele herangetraut. Die positiven Erfahrungen damit dürften mich veranlaßt haben, in einer mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse, in der ich sechs (teilweise Kurz-) Schuljahre von 1964 bis 1969 als Klassenlehrer Mathematik und Physik unterrichtete,

Probleme der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik in einem etwas breiteren Rahmen als in der AG zu behandeln. Gemeinsam haben wir uns am Buch Goldberg, 1967 orientiert, das -als Übersetzung aus dem Amerikanischen- kurz vorher erschienen war. Geeignetes deutsches Unterrichtsmaterial zu diesem Thema gab es damals noch nicht, und das benutzte Buch machte unser gemeinsames Lernen nicht gerade einfach. Ungeschickte Übersetzungen erschwerten das Verständnis, Strategien zum Aufgabenlösen waren kaum herausgearbeitet und manche Aufgabenlösung im Buch stimmte nicht mit der des Lehrers überein. So mußte *Jürgen Linke*, ein mathematisch besonders begabter Schüler dieser Klasse, häufig Schiedsrichter spielen - erfreulicherweise hatte meistens der Lehrer die richtige(re) Lösung.

Inhaltlich fehlten im Vergleich zu heute vor allem Näherungsverfahren zur Binomialverteilung, eine Vertiefung des Hypothesentests und Konfidenzintervalle. Die Bewertung der Anforderungen im Abitur - im folgenden sind die beiden Stochastikaufgaben, die etwa die Hälfte der $5\frac{1}{2}$ - stündigen Abiturklausur ausmachten, abgedruckt - ist allerdings aus heutiger Sicht zu relativieren: Zusätzlich zu den schon genannten Problemen mit dem benutzten Buch war auch die numerische Bearbeitung solcher Aufgaben damals viel aufwendiger als heute; die Schüler hatten keine Tabellen für Binomialkoeffizienten und binomiale Wahrscheinlichkeiten zur Verfügung, Taschenrechner gab es damals noch gar nicht! So enthält die Lehrerlösung z.B. zur Berechnung von $\binom{6}{5} \cdot \left(\frac{11}{16}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{16}\right)^1 = 6 \cdot \frac{11^5 \cdot 5}{16^6}$ die folgende aufwendige Nebenrechnung mittels Logarithmentafel:

N	L	
30	1.4771	
11	1.0414	+
11^5	5.2070	
<hr/>	<hr/>	
Z	6.6841	
16	1.2041	-
$16 \cdot 6$	7.2246	
<hr/>	<hr/>	
0.2887	0.4605	-1

Hier also sind die beiden Stochastikaufgaben aus dem schriftlichen Abitur der OIa im Jahre 1969:

3. Eine Urne enthält 11 schwarze und 5 weiße Kugeln. Daraus sollen

- ohne Zurücklegung,
- mit Zurücklegung 6 Kugeln gezogen werden.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß mindestens doppelt so viele schwarze wie weiße Kugeln gezogen werden?

In welchem der beiden Fälle ist die Wahrscheinlichkeit größer?

- Am 1. April soll ein neues Zahlenlotto „5 aus 39“ eingeführt werden. Bei einem Einsatz von 1 DM pro Tippreihe wird die Hälfte des gesamten Einsatzes aller Spieler gleichmäßig auf 3 Gewinnränge (5, 4 bzw. 3 richtige Zahlen) verteilt.
 - Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt man in jedem der 3 Ränge?
 - Wie groß ist der mittlere Gewinn in jedem Rang bei hinreichend vielen Tippreihen?

In den beiden nächsten mathematisch-naturwissenschaftlichen Klassen (Abitur 1970 und 1972) habe ich keine Stochastik unterrichtet; dem Zeitgeist entsprechend war Strukturmathematik (insbesondere die Gruppentheorie) das dritte Stoffgebiet neben Analysis und vektorieller analytischer Geometrie. Erst in meiner mathematisch-naturwissenschaftlichen Abiturklasse von 1973 spielte die Stochastik wieder die Rolle wie im Abitur 1969. Diesmal wurde im Unterricht das Schulbuch Athen, 1968 benutzt, das aber auch in der damaligen Neubearbeitung Lehrer und Schüler nicht zufriedenstellen konnte. Die in dieser relativ schwachen Klasse insgesamt enttäuschenden Leistungen in den beiden Abituraufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung korrespondierten insofern mit den Erfahrungen bei der wesentlich besseren Klasse im Abitur 1969, als schon damals die Leistungen in den Stochastikaufgaben bei den guten Schülern eher nach oben, bei den übrigen Schülern aber eher nach unten tendierten.

Die Erfahrung, daß Wahrscheinlichkeitsrechnung damals vor allem weniger begabten Schülern Schwierigkeiten bereitete, dürfte wohl der Hauptgrund dafür gewesen sein, daß ich nie in einer neusprachlichen Klasse Wahrscheinlichkeitsrechnung unterrichtet habe.

Fortschritte auf breiter Front

Meine letzte Klasse vor der Einführung des Kurssystems war eine überdurchschnittlich leistungsfähige und leistungswillige mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse, die ich in Mathematik fünf Jahre lang von 1971 bis 1976 unterrichtet habe. Dazu die Studienreferendare *Bernd Gerland*

und Peter Ueding in ihrer Examensarbeit über „Simulationen im Rahmen einer Unterrichtsreihe über Wahrscheinlichkeitsrechnung in einer 12. Klasse des Helmholtz-Gymnasiums“: „Die UIa ist im Fach Mathematik, wie unsere Erfahrungen aus dem bisherigen Unterricht ergaben, in außergewöhnlich starkem Maße primär motiviert Schon zu Beginn der Unterrichtsreihe über Wahrscheinlichkeitsrechnung konnten wir erkennen, daß dieser Stoff die meisten Schüler in besonderem Maße ansprach.“ Und sie berichten über eine weitere günstige Voraussetzung: „Die Klasse hatte schon bis Ende des ersten Halbjahres der Unterprima den größten Teil des traditionellen Unterrichtsstoffes der Oberstufe durchgenommen, so daß der Fachlehrer für die Behandlung der Wahrscheinlichkeitsrechnung das zweite Halbjahr der Unterprima und die erste Hälfte des ersten Oberprimahalbjahres einplanen konnte, zumal bei der Betrachtung der stetigen Verteilungen die Integralrechnung wiederholt und erweitert werden kann.“ Wie die vier 3-stündigen Stochastik-Klausuren zwischen dem 19.04.75 und 25.11.75 sowie die 6-stündige Klausur vom 24.02.76, die zur Hälfte aus Stochastikaufgaben bestand, belegen, ist es dann sogar fast ein ganzes Schuljahr geworden, in dem wir abwechselnd zu dritt in dieser Klasse Stochastik unterrichtet und anschließend über unsere Erfahrungen diskutiert haben. Die geschilderten Bedingungen waren ein seltener Glücksfall für die praktische Erprobung eines neuen Gebietes im Unterricht.

Aber gegenüber meinem Stochastikunterricht in den beiden früheren Klassen hatten sich inzwischen auch noch einige andere Bedingungen positiv verändert:

- In der 1973 erschienenen 2. Auflage der „Empfehlungen für den Kursunterricht im Fach Mathematik“ aus der Schriftenreihe des Kultusministers des Landes Nordrhein-Westfalen wurde Stochastik durch folgende Anmerkung auf Seite 182 offiziell aufgewertet: „Für die wahlfreien Kurse in 13.1 wird insbesondere Stochastik empfohlen.“ Allerdings waren die im gleichen Heft aufgeführten Unterrichtspläne für Stochastik aus verschiedenen Gründen weitgehend untauglich, was mir allerdings aufgrund früherer Erfahrungen gleich klar wurde.
- In den Jahren 1973 bzw. 1975 waren in zwei bayerischen Verlagen Schulbücher zur Stochastik erschienen, die wesentlich besser waren als die Bücher, die wir vorher benutzten. So kauften wir für jeden Schüler ein Buch von Heigl/Feuerpfeil, 1975 und für unsere Bücherei noch ein paar Exemplare des Buches von Engel, 1973, das zwar kein systematisch aufgebautes Schulbuch ist, aber in umfangreichem Ma-

ße Anwendungsprobleme der Stochastik enthält und den Leser stark motiviert.

- Die Schwäche des benutzten Buches Heigl/Feuerpfeil, 1975, nämlich das zu breit angelegte erste Viertel, bereitete uns keine Probleme. Hier konnten wir zurückgreifen auf das am Helmholtz-Gymnasium in Aufbaukursen 9/10 entwickelte Buch Althoff, 1975 und die dabei gemachten Erfahrungen.
- Durch Einsatz der 1975 erschienenen „Tabellen zur Stochastik“ Barth, 1975 konnte der numerische Aufwand gegenüber früher deutlich reduziert werden.

Im Schuljahr 1974/75 wurde in der gymnasialen Oberstufe das Kurssystem eingeführt. Bereits zwei Jahre vorher gab es ab der Jahrgangsstufe 9 nicht mehr die Aufteilung in mathematisch-naturwissenschaftliche und neusprachliche Klassen. Schüler, die in den Klassen 9 und 10 keine dritte Fremdsprache lernten, hatten je zwei 2-stündige Aufbau- oder Ergänzungskurse. Während die Ergänzungskurse als „Nachhilfekurse“ gedacht waren, sollten in den Aufbaukursen zusätzliche Stoffgebiete behandelt werden. Darin haben wir an unserer Schule mehrfach ein Halbjahr mit Wahrscheinlichkeitsrechnung gefüllt.

Ab Februar 1972 mit halber Stundenzahl an die Fakultät für Mathematik der Universität Bielefeld abgeordnet, konnte ich mich in den folgenden Jahren intensiver mit dem Thema „Stochastik in der Schule“ beschäftigen und habe zunächst einmal für einen halbjährigen Aufbaukurs in Wahrscheinlichkeitsrechnung ein vom Vorschlag in Richtlinien, 1973b wesentlich abweichendes Manuskript für die Schüler ausgearbeitet, mit dessen Hilfe an konkreten Beispielen Lösungsstrategien entwickelt und diskutiert werden sollten. Anschließend konnten die Schüler dann in kleinen Gruppen oder auch allein versuchen, die Strategien bei anderen Aufgaben anzuwenden, ihre Lösungen vorstellen und miteinander darüber sprechen. Dieses Manuskript wurde nicht nur in Aufbaukursen unserer Schule eingesetzt, sondern auch noch von Kollegen in anderen Schulen erprobt. Die (insgesamt recht positiven) Erfahrungen und Anregungen wurden in verschiedener Hinsicht verwendet:

- Das Manuskript wurde mehrfach überarbeitet und erschien 1975 als Schulbuch Althoff, 1975. Dieses wurde dann später vor allem in Grundkursen eingesetzt.

- Um Kolleginnen und Kollegen, die damals i. a. keine Kenntnisse in Stochastik hatten, zu eigenem Stochastikunterricht zu motivieren, war es angebracht, ihnen Hilfen anzubieten. Deshalb wurden unsere Erfahrungen in einer Handreichung Althoff, 1974 beim Landesinstitut für schulpädagogische Bildung in Düsseldorf zusammengestellt und im Rahmen der Lehrerfortbildung verteilt. Zugleich entstand zum Lehrbuch Althoff, 1975 ein Lehrerhandbuch Althoff, 1976, das nicht nur Lösungen und Lösungswege für die Übungsaufgaben enthielt, sondern auch zahlreiche Anregungen für die Behandlung der einzelnen Themen im Unterricht.
- Im Rahmen meiner Tätigkeit an der Universität habe ich schon damals versucht, Lehramtsstudenten über unsere ersten Unterrichtserfahrungen mit der Stochastik zu informieren und sie für dieses reizvolle Gebiet der Mathematik zu interessieren. Das scheint gelungen zu sein, denn eine Befragung, die wir 1988 in Nordrhein-Westfalen durchgeführt haben, zeigte, daß in der Sekundarstufe II der Stochastikunterricht nirgendwo so verbreitet ist wie im Regierungsbezirk Detmold.

In den Richtlinien, 1973a wurde nicht nur im Leistungskurs, sondern auch im Grundkurs Stochastik für den wahlfreien Kurs besonders empfohlen. Da wir an unserer Schule in Aufbaukursen 9/10 schon umfangreiche Erprobungen durchgeführt hatten, lag es nahe, diese für die Entwicklung eines Grundkurses Stochastik zu verwenden. Insbesondere sollte dabei das soeben von uns entwickelte Buch Althoff, 1975 auf seine Brauchbarkeit in einem Grundkurs getestet werden. Schon im Schuljahr 1976/77 bot sich in einem Grundkurs der 13. Jahrgangsstufe dem Studienreferendar *Horst Stasch*, der bereits als Schüler in den Jahren 1968/69 bei mir Stochastikunterricht gehabt hatte, die Möglichkeit, eine Unterrichtsreihe für seine Staatsexamensarbeit über „Die Binomialverteilung als ein zentraler Begriff eines Kurses in Wahrscheinlichkeitsrechnung“ durchzuführen. Über seine Unterrichtsreihe hinaus hat er in diesem Kurs wochenlang Stochastik unterrichtet, gemeinsam haben wir unsere Erfahrungen diskutiert, uns Verbesserungsmöglichkeiten für spätere Kurse überlegt sowie neue Aufgaben (auch für Klausuren und die Abiturprüfung) entwickelt. Insgesamt waren wir mit diesem ersten Versuch „Stochastik im Grundkurs“ durchaus zufrieden; das galt auch für den Einsatz unseres Lehrbuchs, dessen wesentliche Ziele auf Seite 5 des zugehörigen Lehrerhandbuchs wie folgt formuliert sind:

- „(1) Die gründliche Behandlung der Probleme unter Einbeziehung von umfangreicher selbständiger Tätigkeit ist wichtiger als die bloße Darstellung möglichst vieler Themen. Die Schüler sollen sich vieles allein mit Hilfe des Buches erarbeiten können.
- (2) Es ist eine Darstellung gewählt, die die Probleme und ihre Bewältigung in den Vordergrund und die Theorie in den Hintergrund stellt.
- (3) Es werden nicht nur Probleme aus der Glücksspieltheorie, sondern auch aus zahlreichen anderen Anwendungsgebieten der Wahrscheinlichkeitsrechnung behandelt. Ausgewählt wurde, was
 - a) fachlich wichtig ist,
 - b) Anwendungsmöglichkeiten bietet,
 - c) elementar (d.h. ohne großen theoretischen Aufwand) darstellbar ist.“

Die Phase der Konsolidierung

Nachdem wir im Stochastikunterricht der mathematisch-naturwissenschaftlichen Abiturklasse von 1976 umfangreiche Erfahrungen gesammelt hatten, habe ich von Anfang an auch in den Leistungskursen regelmäßig Stochastik unterrichtet. Jüngere Kollegen schlossen sich schon bald diesem Trend an, und in den letzten Jahren hat es in unserer Schule wohl kaum noch einen Leistungskurs ohne Stochastik gegeben, obwohl dieses Gebiet nach wie vor in Nordrhein-Westfalen nicht verpflichtend ist.

Nach den guten Erfahrungen, die wir mit dem Stochastikunterricht in zwei Grundkursen des Abiturjahrgangs 1977 gemacht hatten, gelang es in den folgenden Jahren, Stochastik auch in den Grundkursen zu etablieren. Im Vorgriff auf die künftigen Richtlinien, 1981 haben wir ab dem Abiturjahrgang 1980 den Stochastikunterricht auf zwei volle Halbjahre ausgedehnt. Da in früheren Jahren beim Übergang von Klasse 12 in die Klasse 13 einige Schüler den Mathematikurs wechseln mußten, war es erforderlich, jeweils in allen Parallelkursen von 12.2 das gleiche Thema zu behandeln (in den letzten Jahren war das nicht mehr erforderlich). Fast alle jüngeren Kolleginnen und Kollegen hatten am Stochastikunterricht Gefallen gefunden, und so wurde an unserer Schule von den in den Richtlinien, 1981 angebotenen drei Möglichkeiten (zwei Halbjahre Stochastik oder zwei Halbjahre Analytische Geometrie oder je ein Halbjahr Stochastik bzw. Analytische Geometrie) in den weitaus meisten Jahren die erste gewählt.

Schon in der zweiten Hälfte der 70er Jahre waren Informationen über die

Erfahrungen, die wir am Helmholtz-Gymnasium mit dem Stochastikunterricht in der Oberstufe gewonnen hatten, landesweit begehrt. Das zeigten u.a. die zahlreichen Einladungen des Autors zu Vorträgen bei Lehrerfortbildungsveranstaltungen und auf wissenschaftlichen Kongressen (vgl. z.B. Althoff, 1978). Im Jahre 1977 wurde ich in die „Fachgruppe für den Erfahrungsaustausch an Gymnasien mit neugestalteter Oberstufe (KMK) für das Fach Mathematik“ berufen, um vor allem für die künftigen Richtlinien, 1981 und Richtlinien, 1984 die Stochastik zu bearbeiten. Als 1980 auch noch *Ingo Klemisch* in diese „Fachgruppe für den Erfahrungsaustausch an Gymnasien mit neugestalteter Oberstufe (KMK) für das Fach Mathematik“ kam, waren wir als einzige Schule mit zwei (von insgesamt zwölf) Mitgliedern vertreten und konnten dadurch ein wenig den Mathematikunterricht in den Gymnasien beeinflussen. So stammen in Richtlinien 1981 neben dem allgemeinen Stochastiklehrplan z.B. das ausführliche Kursbeispiel für einen Grundkurs Stochastik (S. 86-92), eine Klausuraufgabe für das 3. Abiturfach (S. 133-138) und eine Aufgabe für die mündliche Abiturprüfung im Grundkurs (S. 149-151) unmittelbar aus unserem Erfahrungsmaterial am Helmholtz-Gymnasium.

Etwa ab 1980 begannen wir ein neues Schulbuch Althoff, 1985a für die Stochastik zu entwickeln. Das vorwiegend im Grundkurs eingesetzte Lehrbuch Althoff, 1975 mußte inhaltlich ergänzt werden; ferner sollten Anwendungsprobleme die stärker formal ausgerichteten Teile ersetzen. Hauptziel war dabei ein Buch, mit dessen Hilfe sich sowohl Grundkurs- als auch Leistungskurschüler wesentliche Ideen und Strategien der Stochastik selbstständig erarbeiten können. Bei diesem Projekt kam uns meine Tätigkeit an der Universität wieder zugute: Ich konnte ausgearbeitete Manuskripte vervielfältigen und in verschiedenen Kursen von Schülern die Brauchbarkeit testen lassen. Verbesserungsvorschläge gingen in Neufassungen ein, mit großem Eifer waren die Schüler später auch bei der Entstehung des Lösungsheftes Althoff, 1985b beteiligt und lieferten so einen wesentlichen Beitrag zum Nutzen nachfolgender Schülergenerationen.

In den 80er Jahren haben wir auf breiter Front versucht, besondere Möglichkeiten des Stochastikunterrichts zu erkunden und sie unseren Schülern zugänglich zu machen. Dazu gehören z.B. stark motivierende Einstiegswege in neue Problemstellungen, die Entwicklung und Bewußtmachung von Lösungsstrategien, das Interpretieren und Argumentieren beim Aufzeigen von Zusammenhängen sowie das verständliche „Verkaufen“ von Problemlösungen. Vieles davon ist in unser Lehrbuch und in „4. Didaktisch-

methodische Erläuterungen zu den einzelnen Kapiteln“ im Lösungsheft eingegangen, manches direkt in den Unterricht eingeflossen, einzelnes auch in Aufsätzen (z.B. Althoff, 1984, Klemisch, 1985, Klemisch, 1993) veröffentlicht.

Insbesondere in Leistungskursen haben wir immer wieder über das Lehrbuch hinausgehende Themen bearbeitet. Häufig geschah das dadurch, daß einzelne Schüler sich selbständig in ein neues Thema einarbeiteten und ihren Mitschülern dann darüber berichteten. Ich erinnere mich hier besonders gut an ein Beispiel im Leistungskurs des Abiturjahrgangs 1995. *Christopher Schneefuß* bat mich um Hilfe, als er im Leistungskurs Biologie ein Referat über den χ^2 -Test übernommen hatte. Im Mathematikunterricht hatten wir gerade mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung angefangen, waren vom Testen aber (zeitlich und inhaltlich) noch weit entfernt. So erarbeitete er sich das Referat anhand von schriftlichen Unterlagen, die ich ihm zur Verfügung stellen konnte, und gelegentlichen Rückfragen bei mir. Damit sich seine Arbeit besser lohnte, machte ich ihm den Vorschlag, später noch einmal einen erweiterten Vortrag über dieses spezielle Testverfahren in unserem Mathematikkurs zu halten, wenn wir uns in unserem Unterricht generell mit dem Testen von Hypothesen beschäftigt hatten. So vermittelte er später seinen Mitschülern in überzeugender Weise einen Einblick in seine „Forschungen“. Über seine eigenen Erfahrungen schreibt er u.a.: „Mein Mathelehrer hat mir freie Hand gelassen in Inhalt und Gestaltung des Vortrages, was mir sehr entgegen kam, da ich meinen Vortrag selbst zusammenstellen konnte. Es wurde z.B. nicht auf irgendwelche komplizierten Formeln und Graphen Wert gelegt, sondern nur auf Dinge, die ich selbst beherrschte und die bei uns in der Unterrichtsreihe von Interesse waren. Die gesamte Vorbereitungszeit betrug ca. zwei Wochen, wobei ich mich jeden Tag ungefähr ein bis zwei Stunden mit dem Thema beschäftigte. Ich habe mir einige Beispiele, größtenteils aus der Biologie, zurechtgelegt und mich auf eventuelle Fragen vorbereitet. Zum besseren Verständnis fertigte ich zwei Folien an, an denen ich einige Rechnungen und Grafiken erläutern konnte. Dank der intensiven Vorarbeit konnte ich den Vortrag in einer Doppelstunde ohne Manuskript halten.“

Insgesamt gesehen war es eine gute und interessante Übung, da man nicht einfach „nur eine Aufgabe an der Tafel vorrechnete“, sondern man mußte recherchieren, auswählen, rechnen, Grafiken erstellen, komplizierte Sachverhalte verstehen und verständlich vortragen. Es war eine Art Vorbereitung für eine Studienarbeit, und es hat sich gelohnt!“

Erinnert sei in diesem Zusammenhang auch daran, daß Herr Tacke, damals Geschäftsführer des Emnid-Instituts, mehrere Leistungskurse über (praktische) Verfahren bei der Meinungsforschung informiert hat. Für unsere Schüler war es höchst instruktiv (und zugleich motivierend), hier einmal Praxis und Theorie einander gegenübergestellt zu erleben.

Von Anfang an haben wir in die Auswahl und Formulierung von Klausuraufgaben aus der Stochastik viel Zeit investiert. Viele Aufgaben sind in unser Lehrbuch Althoff, 1985a aufgenommen worden und haben die Weiterentwicklung des Stochastikunterrichts gefördert. In den letzten Jahren haben wir uns verstärkt um Abituraufgaben aus der Stochastik gekümmert, einige davon veröffentlicht und allgemein über die Bedeutung der Stochastik im Abitur berichtet (vgl. z.B. Althoff, 1981 und Althoff, 1987a). Hinsichtlich der mündlichen Abiturprüfung geschah das größtenteils im Rahmen eines größeren Projekts, das zu einigen Aufsätzen (u.a. Althoff, 1988 und Althoff, 1993) und dem Buch Althoff/Koller, 1992 mit „Anregungen für Schüler und Lehrer“ geführt hat.

Vier in den Aufsätzen Althoff, 1996 und Althoff, 1997 zusammengestellte Abituraufgaben können verdeutlichen, was sich im Laufe der Jahre im Stochastikunterricht am Helmholtz-Gymnasium verändert hat: Sie sind im Vergleich zu den oben angegebenen Abituraufgaben von 1969 sowohl in den Anwendungsbezügen als auch in den zu lösenden Teilproblemen vielseitiger geworden; sie enthalten zunehmend Anforderungen im Interpretieren und Argumentieren; sie sind insgesamt quantitativ und qualitativ anspruchsvoller geworden.

Ziele und Erfolge im Stochastikunterricht

Als ich vor etwa 30 Jahren begonnen habe, Elemente der Stochastik in meinen Mathematikunterricht einzubauen, konnte ich nicht ahnen, welche Bedeutung dieses Gebiet in den folgenden Jahrzehnten für den Alltag und die Wissenschaft erlangen würde. Vor allem durch die Entwicklung der Datenverarbeitung wird man heute in den Medien regelmäßig mit Tabellen, Graphiken und Folgerungen daraus konfrontiert; in vielen Studiengängen (auch der Geistes- und Sozialwissenschaften) spielt die Statistik in zunehmendem Maße eine Rolle. So war es folgerichtig, Elemente der Stochastik in den Mathematikunterricht aufzunehmen, um die Schüler frühzeitig „aufzuklären“ und ihnen andererseits das nötige stochastische Rüstzeug für verschiedene Studiengänge mitzugeben. Dies wird auch in den Richtlinien,

1984 schon ausdrücklich hervorgehoben: „Stochastische Kenntnisse sind zur Beurteilung von Situationen im Alltag bedeutungsvoll, weil stochastische Denk- und Ausdrucksweisen immer stärker in unser tägliches Leben eindringen, vor allem (und nicht immer tendenzfrei!) durch die Massenmedien.“

Unsere langjährigen Erfahrungen mit Stochastikunterricht haben auch gezeigt, daß manche Ziele des Mathematikunterrichts im Bereich der Stochastik wesentlich besser gefördert werden können als z.B. im Unterricht der Geometrie oder der Analysis. Damit konnten wir in vollem Umfang bestätigen, was in den Richtlinien, 1984 „prophezeit“ wurde: „Der Stochastik-Unterricht kann einen wesentlichen Beitrag zu den Gesamtzielen des Mathematik-Unterrichts ... leisten. Insbesondere kann der Schüler hier lernen,

- zu argumentieren (z.B. sich an Tatsachen halten und an Daten orientieren; Daten auswählen, auswerten und strukturieren; Argumente durch Daten stützen bzw. widerlegen; Chancen kalkulieren);
- sich kreativ zu verhalten (z.B. sich geeignete Daten beschaffen; passende Veranschaulichungen wählen; Gemeinsamkeiten in verschiedenen stochastischen Situationen erkennen; Vermutungen aufstellen und versuchen, ihre Gültigkeit zu überprüfen);
- Situationen zu mathematisieren (z.B. eine stochastische Situation beschreiben, veranschaulichen und analysieren; ein dazu passendes mathematisches Modell auswählen bzw. entwickeln und anwenden; im Modell berechnete Ergebnisse situationsgemäß interpretieren).“

Und eine (für uns anfangs etwas überraschende) wichtige Erfahrung haben wir noch gemacht: Vor allem in Grundkursen kam es häufiger vor, daß Schülerinnen und Schüler in der Stochastik deutlich bessere Leistungen (teilweise um zwei bis drei Noten) erreichten als zuvor in der Analysis. Einerseits lag das wohl daran, daß ihre Lücken in der formalen Algebra wenigstens anfangs hier keine Rolle spielten, andererseits wurden die Schülerinnen und Schüler aber vermutlich auch von den behandelten Problemen stark motiviert und erkannten zudem, daß man allein schon mit gesundem Menschenverstand in der Mathematik durchaus Erfolge erzielen kann. Besonders erfreulich war dabei vor allem, daß viele dieser Schülerinnen und Schüler dann später auch dem Analysisunterricht aufgeschlossener gegenüberstanden und in diesem Gebiet ebenfalls ihre Leistungen verbesserten.

Es gab aber auch - vor allem in Leistungskursen - einzelne Schülerinnen und Schüler, bei denen im Stochastikunterricht zunächst für sie ungewohnte Schwierigkeiten auftraten. Bei fast allen reduzierten sich diese jedoch im Laufe der ersten Wochen ganz deutlich; wo sie blieben, lag es fast immer vor allem daran, daß diese Schülerinnen und Schüler Probleme im Umgang mit der (präzisen Umgangs-) Sprache hatten.

Wie geht es weiter?

Dem Leser wird vermutlich aufgefallen sein, daß bisher fast nur über den Stochastikunterricht in der Sekundarstufe II berichtet wurde. Zwar habe ich schon in den Jahren 1978 und 1979 erste unterrichtliche Erfahrungen mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung auch in den Klassen 6 und 7 gemacht, aber - wenn ich mich richtig erinnere - im wesentlichen erst mit der Einführung der Richtlinien, 1984 ist in (fast) allen Klassen 6 unserer Schule Wahrscheinlichkeitsrechnung unterrichtet worden. Und der dort vorgesehene Stochastikunterricht ist bei uns in den Klassen 7/8 wohl nie („aus Zeitmangel“) und in den Klassen 9/10 nur in Einzelfällen (vgl. Althoff, 1987b) durchgeführt worden - in den meisten anderen Gymnasien freilich wurde in der Sekundarstufe I eher noch weniger Stochastik unterrichtet als bei uns.

Die neuen Richtlinien, 1993 sehen Stochastik in den Klassen 7/8 (statt 5/6) und 9/10 vor; da unsere Fachkonferenz beschlossen hat, Stochastik jeweils in der Mitte der Schuljahre 7 und 10 zu unterrichten und mit einer Klassenarbeit abzuschließen, werden unsere Schüler in Zukunft schon in der Sekundarstufe I (hoffentlich!) „stochastisch vorgebildet“. Ob wir darauf dann in der Sekundarstufe II stärker zurückgreifen können als bisher, wird weitgehend auch davon abhängen, ob die vielen Realschulabsolventen, die zu uns in die Sekundarstufe II kommen, in Zukunft anders als bisher stochastische Grundkenntnisse und -erfahrungen mitbringen.

Im Stochastikunterricht der Sekundarstufe II führt in den nächsten Jahren vermutlich ein verstärkter Einsatz von Computern, insbesondere in Form von preiswerteren Taschencomputern, zu weiteren Fortschritten. Simulationen, von Gerland und Ueding schon in Gerland/Ueding, 1975 untersucht und für den Stochastikunterricht gefordert, aber damals vermutlich in erster Linie am heute nicht mehr vorstellbaren Programmieraufwand gescheitert, werden dann in stärkerem Maße eine Rolle spielen und noch mehr Möglichkeiten eröffnen, reale stochastische Probleme im Unterricht zu behandeln, z.B. in Form von Projekten. Auf jüngere Kolleginnen und

Kollegen kommen hier noch interessante und arbeitsintensive Aufgaben zu!

Literatur

- [1] H. Althoff: Wahrscheinlichkeitsrechnung im Unterricht der Sekundarstufe I (Ein Vorschlag für einen Aufbaukurs in den Klassen 9 und 10 des Gymnasiums). Handschriftenreihe der Landesstelle MNU des Landesinstituts für schulpädagogische Bildung in Düsseldorf 1974.
- [2] H. Althoff/F.W. Koßwig: Wahrscheinlichkeitsrechnung. Schulverlag Vieweg 1975.
- [3] H. Althoff/F.W. Koßwig: Lehrerhandbuch Wahrscheinlichkeitsrechnung. Schulverlag Vieweg 1976.
- [4] H. Althoff: Grundkurs Stochastik. In: Schriften des Deutschen Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts e.V. (Bericht über die 6. Fachleitertagung für Mathematik 1978), S. 91-100.
- [5] H. Althoff: Vorschläge für Abituraufgaben aus der Stochastik. In: Stochastik im Schulunterricht, Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, Universität für Bildungswissenschaften in Klagenfurt 1981, S. 21-26.
- [6] H. Althoff: Wieviel Kombinatorik benötigt man in einem Grundkurs Stochastik? In: Der Mathematikunterricht, Heft 1/1984, S. 94-99.
- [7] H. Althoff: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik. Metzlersche Verlagsbuchhandlung 1985a.
- [8] H. Althoff: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik, Lösungen. Metzlersche Verlagsbuchhandlung 1985b.
- [9] H. Althoff: Abituraufgaben aus der Stochastik. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1987a, Verlag Franzbecker, S. 70-73.
- [10] H. Althoff: Erfahrungen im Stochastik-Unterricht der Klassen 9/10 nach den neuen Richtlinien für Gymnasien in Nordrhein-Westfalen. In:

- Lehrerhandeln im mathematischen Schulalltag, Universität Bielefeld-IDM 1987b, S. 7-25.
- [11] H. Althoff: Probleme der Stochastik in der mündlichen Abiturprüfung. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1988, Verlag Franzbecker, S.57-61.
- [12] H. Althoff/D. Koller: Mündliches Abitur Mathematik. Klett Schulbuchverlag 1992.
- [13] H. Althoff: Videoaufnahmen von simulierten Abiturprüfungen - Ein nützliches Hilfsmittel für Schüler und Lehrer. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1993, Verlag Franzbecker, S.48-50.
- [14] H. Althoff: Erfahrungen mit zwei Leistungskurs-Abituraufgaben. In: Stochastik in der Schule Heft 3/1996, S. 18-26.
- [15] H. Althoff: Erfahrungen mit zwei Grundkurs-Abituraufgaben. In: Stochastik in der Schule Heft 3/1997, S. 18-26.
- [16] H. Athen: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik, 2. neubearbeitete Auflage. Schroedel Verlag 1968.
- [17] F. Barth u.a.: Tabellen zur Stochastik. Ehrenwirth Verlag 1975.
- [18] A. Engel: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik, Band 1. Klett Verlag 1973.
- [19] B. Gerland/P. Ueding: Gruppenarbeit über Simulationen im Rahmen einer Unterrichtsreihe über Wahrscheinlichkeitsrechnung in einer 12. Klasse des Helmholtz-Gymnasiums. Pädagogische Prüfungsarbeit Bielefeld 1975.
- [20] S. Goldberg: Die Wahrscheinlichkeit. Vieweg Verlag 1967.
- [21] F. Heigl/J. Feuerpfeil: Stochastik Leistungskurs. Bayerischer Schulbuchverlag 1975.
- [22] I. Klemisch: Das Galton-Brett. In: Stochastik in der Schule Heft 1/1985, S. 5-9.
- [23] I. Klemisch: Ein Einstieg über das Drei-Türen-Problem. In: Stochastik in der Schule Heft 1/1993, S.9-14.

- [24] Richtlinien für den Unterricht in der Höheren Schule, Mathematik. Henn Verlag 1963.
- [25] Empfehlungen für den Kursunterricht im Fach Mathematik, 2. Ergänzende Auflage. Henn Verlag 1973a.
- [26] Mathematik Unterrichtsempfehlungen Sekundarstufe I Gymnasium. Herausgegeben vom Kultusministerium des Landes Nordrhein-Westfalen (1973b).
- [27] Richtlinien für die gymnasiale Oberstufe in Nordrhein-Westfalen, Mathematik. Greven Verlag 1981.
- [28] Vorläufige Richtlinien für das Gymnasium -Sekundarstufe I- in Nordrhein-Westfalen, Mathematik. Greven Verlag 1984.
- [29] Richtlinien und Lehrpläne für das Gymnasium -Sekundarstufe I- in Nordrhein-Westfalen, Mathematik. Verlagsgesellschaft Ritterbach 1993.
- [30] H. Stasch: Die Binomialverteilung als ein zentraler Begriff eines Kurses in Wahrscheinlichkeitsrechnung - eine Unterrichtsreihe in einem Grundkurs der Jahrgangsstufe 13. Pädagogische Prüfungsarbeit Bielefeld 1977.

Adresse des Autors:

StD Heinz Althoff
Ruschfeldweg 17
33 619 Bielefeld