Stochastik, ein neues Werkzeug für den Stochastikunterricht in den Sekundarstufen

Hans-Wolfgang Henn, Dortmund

Zusammenfassung: *Kurzvorstellung des Programms* STOCHASTIK, *einem neuen, sehr schulnahen und unkomplizierten Shareware-Programm für den Stochastikunterricht in den Sekundarstufen, das sich auf das Wesentliche beschränkt.*

1 Ein neues Stochastik-Werkzeug

Für eine breit angelegte Lehrerfortbildung in Baden-Württemberg Anfang der 90er Jahre hatte Detlef Hoche, Stuttgart, ein kleines, aber feines DOS-Programm namens *LAPLACE* für den Einsatz im Stochastikunterricht geschrieben. Da wir heute in der Windows-Welt leben, hatte ich vor kurzem Herrn Hoche gebeten, doch eine Windows-Version zu schreiben. Dieser Bitte ist er zu meiner großen Freude nachgekommen. Das Programm heißt jetzt *STOCHASTIK* und ist als Shareware über die Webadresse http://www.mintext.de/stochastik erhältlich. Die Lizenz ist sehr preiswert: Eine zeitlich unbeschränkte Schullizenz kostet 19€, Schülerinnen und Schüler dürfen das Programm zuhause kostenlos benutzen.

STOCHASTIK ist ein sehr schulnahes, unkompliziertes Programm, das sich auf das Wesentliche beschränkt (im Gegensatz zu vielen anderen sehr umfangreichen und damit meiner Meinung nach für die Schule weniger geeigneten Stochastik-Programmen). Auf der Webseite ist eine umfangreiche Liste von Unterrichtsbeispielen enthalten, die mit dem Programm behandelt werden können. Sie umfasst alle wesentlichen Themen der Sekundarstufen von der Simulation einfacher Zufallsexperimente mit Würfeln, Münzen und Urnen über das Gesetz der großen Zahlen, die wichtigsten Verteilungen, die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung bis hin zum zentralen Grenzwertsatz und dem Testen von Hypothesen. *STOCHASTIK* lässt sich also bei allen für die Sekundarstufen zugänglichen Themen gewinnbringend einsetzen und zwar nicht nur in der Hand der Lehrperson, sondern insbesondere als Werkzeug in der Hand der Schülerinnen und Schüler. *STOCHASTIK* eignet sich hervorragend

- zur Visualisierung wichtiger Ideen der Stochastik und
- als Rechenhilfsmittel bei der Modellierung stochastischer Probleme.

Zwei Beispiele sollen dies belegen.

2 Beispiel 1: Testen von Hypothesen bei Alternativtests

Ein wesentlicher Mangel beim Testen von Hypothesen bei binomialverteilten Größen ist die Notwendigkeit, sich mehr auf das fehlerfreie Ablesen aus Tabellenwerken mit den wenigen vorgegebenen Parameterwerten als auf das eigentliche stochastische Problem konzentrieren zu müssen. Das folgende Beispiel in Abb. 1 ist ein einfacher Alternativtest: Eine vorgelegte Münze ist eine Laplacemünze oder eine gefälschte, die mit 60% Wahrscheinlichkeit auf Kopf fällt. Die Nullhypothese „es ist die gute Münze" soll durch einen Test mit 35 Würfen auf dem $\alpha = 5\%$-Niveau überprüft werden. In zwei verschiedenen *STOCHASTIK*-Fenstern werden die beiden fraglichen Binomialverteilungen dargestellt. Der Menüpunkt „Testen" erlaubt es, von links oder von rechts einen Test-Strich zu ziehen, der dann unten links bzw. unten rechts die Wahrscheinlichkeiten „$P(X \leq ...) = ...$" bzw. „$P(X \geq ...) = ...$" angibt. Im oberen Teil von Abb. 1 steht rechts unten „$P(X \geq 22{,}4) = 0.045$", und der Verwerfungsbereich für die Nullhypothese ergibt sich zu $V = \{23, 24, ..., 35\}$. Stellt man nun im unteren Schaubild den rechten Testbalken auch auf 22,4, so kann man in diesem einfachen Fall des Alternativtests sofort den β-Fehler $P(X \leq 22{,}4) = 0{,}694$ ablesen.

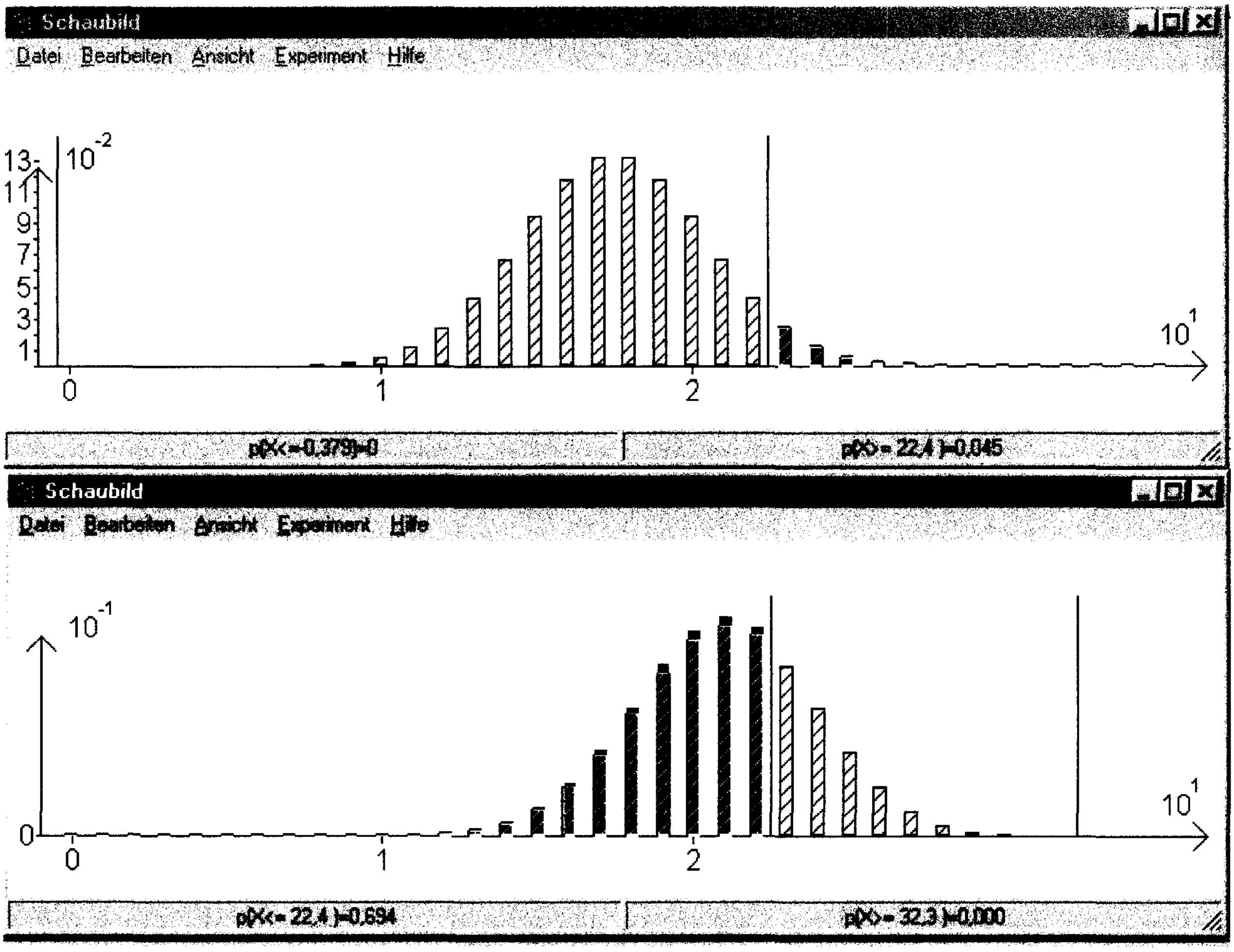


Abb. 1: Alternativtest

3 Beispiel 2: Visualisierung des lokalen Grenzwertsatzes

Dieser kann in der Schule kaum bewiesen, aber mit Hilfe von STOCHASTIK entdeckt und visualisiert werden. Die Histogramme der B(n,p)-Verteilung nähern sich mit großem n einer glockenförmigen Kurve an. Diese soll durch einen Funktionsgraphen angenähert werden. *Eine* mögliche glockenförmige Kurve ist die Gausssche Glockenkurve, der Graph der Gaussschen Phi-Funktion φ mit

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} .$$

Diese Funktion ist dem Programm unter dem Namen *normal(x)* bekannt. Eine gegebene Binomialverteilung B(n,p) wird nun in drei Schritten angenähert. Im folgenden Beispiel (Abb. 2.1 – 2.4) ist $n = 50$ und $p = 0{,}6$. Damit ergeben sich $\mu = 30$ und $\sigma^2 = 12$.

Ausgangssituation mit dem $\varphi(x)$-Graphen und der B(50; 0,8)-Verteilung.

1. Schritt: „Zentrieren“ durch
$\varphi(x) \to \varphi_1(x) := \varphi(x - A)$, optimal für $A = \mu$.

2. Schritt: „Strecken längs x-Achse“ durch
$\varphi_1(x) \to \varphi_2(x) := \varphi_1(B \cdot x)$, optimal für $B = \frac{1}{\sigma}$.

3. Schritt: „Stauchen längs y-Achse“ durch
$\varphi_2(x) \to \varphi_3(x) := C \cdot \varphi_2(x)$, optimal für $C = \frac{1}{\sigma}$.

Weitere Experimente mit anderen Binomialverteilungen führen zu dem experimentellen Ergebnis, dass $f(x) = \frac{1}{\sigma}\varphi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$ die optimale Anpassungskurve für die B(n,p)-Verteilung ist.

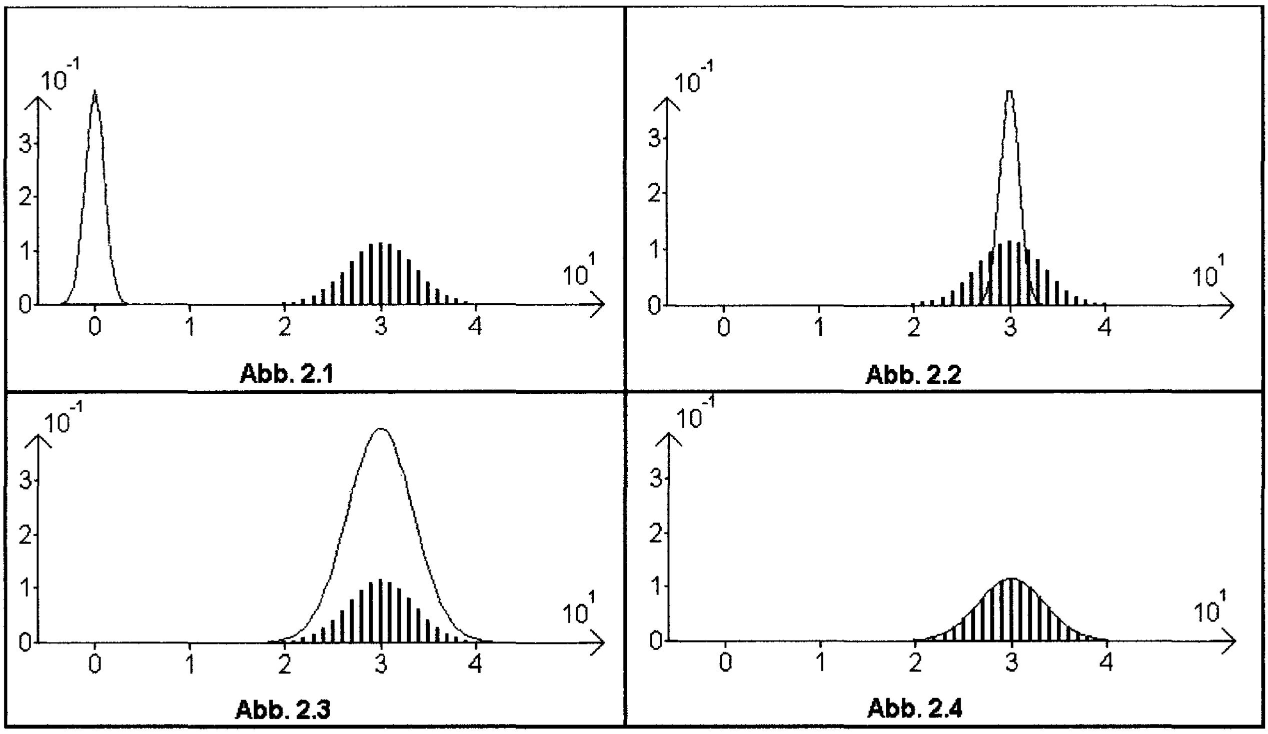
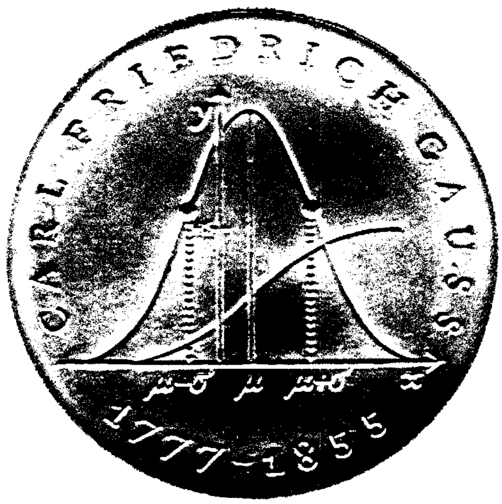


Abb. 2: Lokaler Grenzwertsatz

Meine eigenen Erfahrungen mit *LAPLACE* und jetzt mit *STOCHASTIK* sind sehr positiv; ich setze *STOCHASTIK* in meinen Stochastikvorlesungen ein, und meine Studierenden verwenden es bei ihren Übungsaufgaben. Auch die Resonanz aus den Schulen (früher bezogen auf *LAPLACE* in Baden-Württemberg, jetzt von Kolleginnen und Kollegen in Nordrhein-Westfalen, die das Programm in meinen Lehrerfortbildungen kennen gelernt haben) ist überaus positiv.

Autor

Prof. Dr. Hans-Wolfgang Henn
IEEM,
FB Mathematik,
Universität Dortmund
44221 Dortmund
E-Mail:
Wolfgang.Henn@math.uni-dortmund.de



DDR-Gedenkmünze zum 200. Geburtstag von Carl Friedrich Gauß
Ausgabedatum: 18. 4. 1977
Silber (Silber 500 : Kupfer 500)
Ø 31 mm; Gewicht 20,9 g